

## 4.1 Ταλαντώσεις - 4.2 Μεγέθη που χαρακτηρίζουν μια ταλάντωση

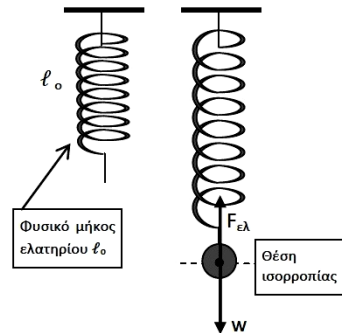
### ΟΡΙΣΜΟΙ

Περιοδικές κινήσεις είναι οι κινήσεις που επαναλαμβάνονται σε ίσα χρονικά διαστήματα. Π.χ. η κίνηση της κούνιας, η κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο κ.λπ.

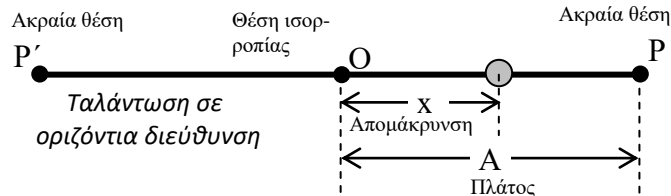
Ταλαντώσεις ονομάζονται οι περιοδικές κινήσεις που γίνονται ανάμεσα σε δύο ακραία σημεία της τροχιάς και γύρω από μια θέση, στην οποία η συνισταμένη δύναμη στο ταλαντούμενο σώμα μηδενίζεται, που ονομάζεται θέση ισορροπίας.

[ Στις άλλες θέσεις η δύναμη που ασκείται στο σώμα τείνει να το επαναφέρει προς τη θέση ισορροπίας. ]

Π.χ. ταλάντωση είναι η κίνηση ενός σώματος συνδεδεμένου με ελατήριο και η θέση ισορροπίας, όταν το σύστημα είναι κατακόρυφο, είναι η θέση στην οποία το βάρος του σώματος και η δύναμη του ελατηρίου είναι αντίθετες.



Γραμμική ταλάντωση ονομάζεται η ταλάντωση που πραγματοποιείται σε ευθεία γραμμή. Π.χ. η ταλάντωση στο σύστημα ελατηρίου - σώμα.



Χαρακτηριστικά φυσικά μεγέθη μιας ταλάντωσης είναι η περίοδος  $T$ , η συχνότητα  $f$  και το πλάτος της  $A$ .

Περίοδος  $T$  μιας ταλάντωσης ονομάζεται ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης.

[ Πλήρης ταλάντωση είναι π.χ. η διαδρομή  $O \rightarrow P \rightarrow O \rightarrow P' \rightarrow O$ . ]

Συχνότητα  $f$  μιας ταλάντωσης ονομάζεται το φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο του αριθμού  $N$  των πλήρων ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα σε χρόνο  $t$  προς τον χρόνο αυτό, δηλαδή:

$$f = \frac{N}{t}$$

Είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. την  $\frac{1 \text{ ταλάντωση}}{s} = \frac{1}{s} = 1 \text{ Hz}$  (χερτζ).

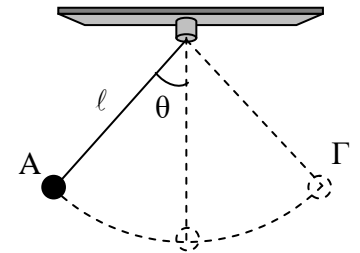
[ Η συχνότητα εκφράζει τον αριθμό των πλήρων ταλαντώσεων που γίνονται στη μονάδα του χρόνου. ]

1 Hz είναι η συχνότητα της ταλάντωσης ενός σώματος, όταν εκτελεί μια πλήρη ταλάντωση σε χρονικό διάστημα 1 δευτερόλεπτο.

Πλάτος  $A$  μιας ταλάντωσης ονομάζεται η μέγιστη απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

Απλό εκκρεμές ονομάζεται το σύστημα που αποτελείται από ένα μικρό σώμα, κρεμασμένο από νήμα μήκους  $\ell$ , που το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σ' ένα σταθερό σημείο.

[ Το πλάτος ταλάντωσης ενός εκκρεμούς περιγράφεται από τη μέγιστη γωνία  $\theta$  που σχηματίζει το νήμα του εκκρεμούς με την κατακόρυφη διεύθυνση (τη διεύθυνση στην οποία ισορροπεί το νήμα). Για μικρές τιμές της γωνίας  $\theta$  η ταλάντωση του σώματος προσεγγίζει τη γραμμική ταλάντωση. ]



### NΟΜΟΙ - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Σχέση συχνότητας και περιόδου:  $f = \frac{1}{T}$

δηλαδή η συχνότητα ισούται με το αντίστροφο της περιόδου.

Νόμος του απλού εκκρεμούς.

Η περίοδος του εκκρεμούς:

α) Είναι ανεξάρτητη της μάζας του.

β) Δεν εξαρτάται από το πλάτος, όταν εκτρέπεται κατά μικρή γωνία  $\theta$  (μικρότερη από 10 μοίρες).

γ) Αυξάνεται όταν μεγαλώσουμε το μήκος του νήματος  $\ell$ .

δ) Εξαρτάται από τον τόπο στον οποίο βρίσκεται και συγκεκριμένα από την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$  στον τόπο αυτό.

[ Η μαθηματική έκφραση του νόμου είναι  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ . ]

(ΚΑΝΟΥΜΕ ΤΟ ΑΠΛΟ ΠΕΙΡΑΜΑ 1).

## ΑΠΛΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ

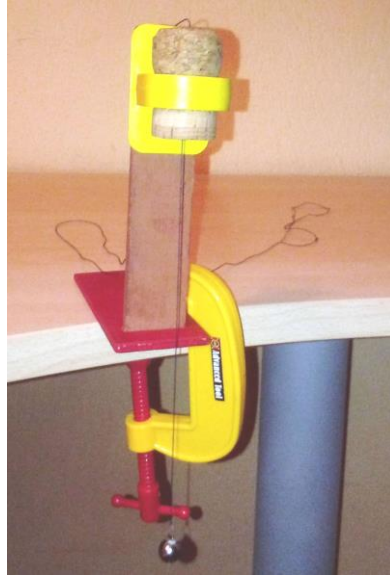
### 1. Πειραματική εξαγωγή του νόμου του απλού εκκρεμούς.

Χρησιμοποιούμε για το εκκρεμές μας μια κλωστή μήκους περίπου 1 m, στο ένα άκρο της οποίας δένουμε ένα μικρό μεταλλικό σφαιρίδιο ή ένα οποιοδήποτε μικρό μεταλλικό αντικείμενο. Το άλλο άκρο, χρησιμοποιώντας μια βελόνα, το περνάμε από έναν φελλό. Έτσι θα μπορούμε να μεταβάλλουμε εύκολα το μήκος του νήματος.

Στερεώνουμε με οποιονδήποτε τρόπο το εκκρεμές στην άκρη του γραφείου μας. Στην εικόνα φαίνεται μια κατασκευή με ξυλάκια, έναν πλαστικό στερεωτή για τραπεζομάντηλα που κρατά τον φελλό και ένας πλαστικός σφικτήρας. Μπορούμε να κάνουμε και πιο απλές κατασκευές με άλλα υλικά και μια χαρτοταινία. Επίσης βρίσκουμε και ένα αντικείμενο βαρύτερο από το μεταλλικό μας σφαιρίδιο, για να εξετάσουμε τον παράγοντα μάζα. Θα χρειαστούμε φυσικά μετροταινία και ένα χρονόμετρο (μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το κινητό μας). Το μήκος του νήματος πρέπει να μετριέται από το κάτω μέρος του φελλού μέχρι το κέντρο του σφαιριδίου μας.

Για να ελαχιστοποιήσουμε το σφάλμα από τον χρόνο αντίδρασής μας και για να μετρήσουμε με περισσότερη ακρίβεια την περίοδο, θα μετράμε τον χρόνο 10 ταλαντώσεων και θα διαιρούμε το αποτέλεσμα με το 10. Αρχικά τραβάμε το νήμα και μετράμε με τη μετροταινία 20 cm μέχρι το κέντρο του μεταλλικού σφαιριδίου. Εκτρέπουμε το σφαιρίδιο σε μικρή γωνία (περίπου 5 μοίρες) και μετράμε με το χρονόμετρο μας τον χρόνο 10 πλήρων ταλαντώσεων. Σημειώνουμε τη μέτρηση. Επαναλαμβάνουμε για μήκος νήματος 40 cm, 60 cm και 80 cm, φροντίζοντας να έχουμε την ίδια μικρή αρχική εκτροπή. Στα 60 cm κάνουμε και μια χρονομέτρηση των 10 ταλαντώσεων με λίγο μεγαλύτερη εκτροπή. Μετά δένουμε το βαρύτερο αντικείμενο. Για μήκος νήματος πάλι 60 cm, το θέτουμε σε ταλάντωση με την αρχική μικρή εκτροπή και κάνουμε μια χρονομέτρηση των 10 ταλαντώσεων.

Ενδεικτικά αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:



Μήκος νήματος $\ell$ (m)	Χρόνος 10 περιόδων (s)	Περίοδος T (s)	Χρόνος 10 περιόδων και περίοδος (s) με μεγαλύτερη εκτροπή	Χρόνος 10 περιόδων και περίοδος (s) με σώμα μεγαλύτερης μάζας
0,20	9,02	0,90		
0,40	12,75	1,28		
0,60	15,62	1,56	15,58 -> T = 1,56	15,57 -> T = 1,56
0,80	18,00	1,80		

Συμπεραίνουμε ότι:

A) Με την αύξηση του μήκους του νήματος αυξάνεται η περίοδος αιώρησης του εκκρεμούς, αλλά δεν είναι ανάλογα ποσά.

B) Για συγκεκριμένο μήκος η περίοδος του εκκρεμούς δεν εξαρτάται από το πλάτος (την αρχική εκτροπή) και από τη μάζα του αντικειμένου.

Μπορούμε επίσης να μελετήσουμε ποιοτικά την επίδραση της βαρύτητας στην περίοδο του εκκρεμούς ως εξής: Με το εκκρεμές σε συγκεκριμένο μήκος θέτουμε σε ταλάντωση το σφαιρίδιο και πλησιάζουμε από κάτω έναν μαγνήτη. Το μεταλλικό σφαιρίδιο και ο μαγνήτης έλκονται και είναι σαν να αυξήσαμε τεχνητά τη βαρύτητα. Παρατηρούμε ότι η περίοδος της ταλάντωσης του μειώνεται με την αύξηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

## ΑΣ ΣΚΕΦΤΟΥΜΕ ...

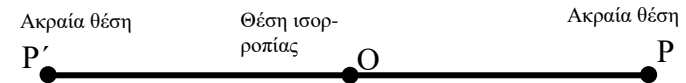
1. Τι είναι απομάκρυνση ενός σώματος που ταλαντώνεται;
2. Πώς αποδεικνύεται η σχέση συχνότητας και περιόδου μιας ταλάντωσης;
3. Να εξετάσετε αν για την περίοδο μιας ταλάντωσης ισχύει η εξίσωση  $T = \frac{t}{N}$ , όπου N ο αριθμός των ταλαντώσεων που γίνονται σε χρόνο t.
4. Γιατί η περίοδος ενός εκκρεμούς είναι μεγαλύτερη στον ισημερινό από ότι στους πόλους και γιατί είναι μεγαλύτερη στη Σελήνη;
5. Βρείτε δυο εφαρμογές του νόμου του απλού εκκρεμούς.
6. Βρείτε πληροφορίες για τους όρους ελεύθερη, εξαναγκασμένη, φθίνουσα και αμείωτη ταλάντωση.

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- Χαρακτηρίστε τις προτάσεις σωστές ή λανθασμένες:
  - Η κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο είναι ταλάντωση.
  - Κάθε ταλάντωση είναι περιοδική κίνηση.
  - Αν σε ένα απλό εκκρεμές αντικαταστήσουμε το σώμα με άλλο μεγαλύτερης μάζας, τότε η περίοδος του εκκρεμούς θα μείνει ίδια.
  - Αν σε ένα απλό εκκρεμές αυξήσουμε το μήκος του νήματος, τότε η περίοδος του εκκρεμούς θα μειωθεί.
- Με το πηλίκο του αριθμού των ταλαντώσεων προς τον αντίστοιχο χρόνο ορίζεται:
  - η περίοδος
  - η συχνότητα
  - η απομάκρυνση
  - το πλάτος.
- Ένα σώμα κάνει 80 πλήρεις ταλαντώσεις σε χρόνο 20 s. Η συχνότητα της ταλάντωσής του είναι:
  - 0,25 Hz
  - 4 Hz
  - 60 Hz
  - 100 Hz.
- Ένα σώμα κάνει ταλάντωση με περίοδο 0,5 s. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι:
  - 0,5 Hz
  - 2 Hz
  - 4 Hz
  - 5 Hz.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

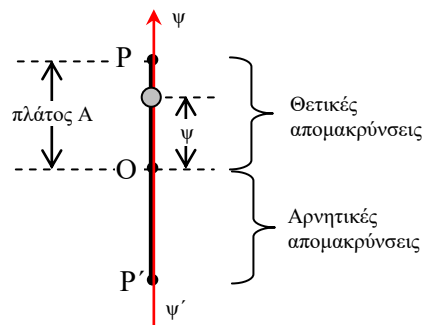
- Ένα σώμα ξεκινά να ταλαντώνεται από την ακραία θέση P όταν μηδενίζουμε το χρονόμετρο. Η περίοδος της ταλάντωσης είναι  $T = 8$  s.
  - Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τα δεξιά για πρώτη φορά;
  - Πόσο είναι το διάστημα που θα διανύσει μέχρι τότε, αν το πλάτος είναι  $A = 4$  cm;



- Ένα απλό εκκρεμές έχει περίοδο  $T = 0,25$  s. Να βρείτε:
  - Τη συχνότητά του  $f$ .
  - Τον αριθμό των πλήρων αιωρήσεων  $N_1$  σε χρόνο  $t_1 = 8$  s.
  - Σε πόσο χρόνο  $t_2$  κάνει  $N_2 = 50$  πλήρεις αιωρήσεις.

## ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ «ΑΣ ΣΚΕΦΤΟΥΜΕ ...»

1. Απομάκρυνση  $\psi$  (ή  $x$ ) σώματος που ταλαντώνεται, είναι η μετατόπισή του από τη θέση ισορροπίας του, δηλαδή η θέση του σώματος, που καθορίζεται σε έναν άξονα  $\psi'$  (ή  $x'$  σε οριζόντια ταλάντωση), με αρχή τη θέση ισορροπίας. Η απομάκρυνση μπορεί να είναι θετική ή αρνητική, όταν το σώμα βρίσκεται στον θετικό ή αρνητικό ημιάξονα, αντίστοιχα.



2. Αν στην εξίσωση ορισμού της συχνότητας  $f = \frac{N}{t}$ ,

θέσουμε  $N = 1$  πλήρη ταλάντωση,

τότε ο αντίστοιχος χρόνος θα είναι η περίοδος (σύμφωνα με τον ορισμό της), δηλαδή  $t = T$ .

Άρα είναι  $f = \frac{1}{T}$ .

3. Από τις εξισώσεις  $f = \frac{N}{t}$  και  $f = \frac{1}{T}$  προκύπτει ότι πράγματι ισχύει για την περίοδο η εξίσωση  $T = \frac{t}{N}$ . Άλλωστε, αν διαιρέσουμε έναν χρόνο  $t$  με τον αριθμό των ταλαντώσεων  $N$  που γίνονται στον χρόνο αυτό προκύπτει ο χρόνος της μιας ταλάντωσης, που είναι η περίοδος.

4. Η εξάρτηση της περιόδου ενός εκκρεμούς από το μήκος του νήματος  $\ell$  και από τον τόπο στον οποίο βρίσκεται εκφράζεται από τον νόμο του απλού εκκρεμούς που

έχει τη μαθηματική έκφραση  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ , όπου το  $g$  είναι η επιτάχυνση της

βαρύτητας, που αλλάζει από τόπο σε τόπο. Η εξίσωση δείχνει ότι για μεγαλύτερη επιτάχυνση βαρύτητας, η περίοδος είναι μικρότερη. Έτσι, αν ένα εκκρεμές μεταφερθεί από τον ισημερινό, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g_{\text{ισ}} = 9,78 \text{ m/s}^2$  στους πόλους, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g_{\text{π}} = 9,83 \text{ m/s}^2$ , η περίοδος θα ελαττωθεί, δηλαδή το εκκρεμές θα χρειάζεται λιγότερο χρόνο για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση, απ' ό,τι στον ισημερινό. Αντίθετα, αν μεταφερθεί από τη Γη στη Σελήνη, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας

είναι περίπου 6 φορές μικρότερη, η περίοδος θα αυξηθεί περίπου 2,5 φορές ( $\sqrt{6} = 2,45$ ).

5. α) Σύμφωνα με την εξίσωση  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ , μετρώντας το μήκος και την περίοδο

ενός εκκρεμούς, μπορούμε να βρούμε την επιτάχυνση της βαρύτητας στον τόπο που βρίσκεται το εκκρεμές. Τέτοιες μετρήσεις χρησιμοποιούνται συχνά στη Γεωφυσική. Η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας σε έναν τόπο επηρεάζεται από τοπικά κοιτάσματα μεταλλεύματος ή πετρελαίου, επειδή η πυκνότητά τους διαφέρει από αυτή του περιγύρου. Συνεπώς, ακριβείς μετρήσεις του  $g$  στην επιφάνεια δίνουν συχνά πολύτιμες πληροφορίες για τη φύση των κοιτασμάτων που βρίσκονται στο υπέδαφος.

β) Το εκκρεμές μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως χρονόμετρο. Γενικά η μέτρηση του χρόνου στηρίζεται σε συστήματα που εκτελούν περιοδικές κινήσεις και έχουν την ιδιότητα να διατηρούν την περιόδό τους σταθερή. Σε ένα συγκεκριμένο εκκρεμές, σε ορισμένο τόπο, ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης, δηλαδή η περίοδός του, είναι σταθερός.

6. Μια ταλάντωση στην οποία δίνουμε ενέργεια στο σύστημα για μια μόνο φορά και μετά το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντωθεί, ονομάζεται ελεύθερη ταλάντωση. Στην πράξη οι ελεύθερες ταλαντώσεις είναι φθίνουσες ταλαντώσεις, δηλαδή το πλάτος τους μειώνεται συνεχώς με την πάροδο του χρόνου, λόγω τριβών και τελικά μηδενίζεται. Η περίοδος και η συχνότητα μιας ελεύθερης ταλάντωσης εξαρτώνται μόνο από τα χαρακτηριστικά του συστήματος και ονομάζονται ιδιοπερίοδος και ιδιοσυχνότητα, αντίστοιχα. Π.χ. στο σύστημα ελατήριο – σώμα, εξαρτώνται από τη σκληρότητα του ελατηρίου και από τη μάζα του σώματος (η περίοδος μειώνεται με τη αύξηση της σκληρότητας και αυξάνεται με την αύξηση της μάζας).

Μια ταλάντωση στην οποία παρέχεται στο σύστημα περιοδικά ενέργεια από κάποιο εξωτερικό αίτιο, ονομάζεται εξαναγκασμένη ταλάντωση. Αν προσφέρεται σε κάθε περίοδο ακριβώς η ενέργεια που χάνει το σύστημα λόγω τριβών, τότε το πλάτος παραμένει σταθερό και έχουμε αμείωτη ταλάντωση. Στην εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα ισούται μ' αυτήν που επιβάλλει η εξωτερική αιτία (διεγέρτης).